

Modele de rezolvare a unor aplicații în vederea optimizării activității la clasă

Profesor Lorincz Ana-Ruxanda
Liceul Teoretic "Lucian Blaga" Oradea

I. Probleme de aritmetica

Notăm cu e = număr elevi și cu b = număr de bănci, Fie $e = 19$ și $b = 9$

Reprezentând în desen avem :

I. 2 elevi  $\Rightarrow e = 2 \cdot b + 1$

II. 3 elevi  $\Rightarrow e = 3 \cdot b - 3 \cdot 3 + 1$

Obs. Băncile goale și incomplete, înmulțite cu nr. de elevi, se scad

Exemple

A. Dacă elevii unei clase ar fi așezați câte 2 în banca, ar rămâne 3 bănci libere, iar un elev ar sta singur în banca, iar dacă ar fi așezați câte 3 în banca, ar rămâne 9 bănci libere, iar într-o banca ar sta numai 2 elevi. Câți elevi și câte bănci sunt în clasă?

$$e = 2 \cdot b - 4 \cdot 2 + 1 \Rightarrow e = 2 \cdot b - 7$$

$$e = 3 \cdot b - 3 \cdot 10 + 2 \Rightarrow e = 3 \cdot b - 28 \quad \text{astfel } 2 \cdot b - 7 = 3 \cdot b - 28 \Rightarrow b = 21 \text{ și } e = 35$$

B. Dacă elevii unei clase ar fi așezați câte 2 în banca, ar rămâne 5 bănci libere, iar un elev ar sta singur în banca. Dacă elevii aceleiași clase ar fi așezați câte 3 în banca, ar rămâne 11 bănci libere, iar într-o banca ar sta numai 2 elevi. Câți elevi sunt în clasă?

$$e = 2 \cdot b - 2 \cdot 6 + 1 \Rightarrow e = 2 \cdot b - 11$$

$$e = 3 \cdot b - 3 \cdot 12 + 2 \Rightarrow e = 3 \cdot b - 34 \quad \text{astfel } 2 \cdot b - 11 = 3 \cdot b - 34 \Rightarrow b = 23 \text{ și } e = 35$$

C. Dacă într-o sală de clasă se așază câte un elev într-o banca, rămân 6 elevi în picioare. Dacă se așază câte 2 elevi într-o banca, iar într-o singură banca sta un elev, atunci rămân 4 bănci libere. Câți elevi și câte bănci sunt în clasă?

$$e = b + 6 \Rightarrow e = b + 6$$

$$e = 2 \cdot b - 2 \cdot 5 + 1 \Rightarrow e = 2 \cdot b - 9 \quad \text{astfel } b + 6 = 2 \cdot b - 9 \Rightarrow b = 15 \text{ și } e = 21$$

D. Dacă ar sta câte un elev în banca ar rămâne 13 elevi în picioare. Pentru a ocupa toate băncile cu câte 2 elevi, ar mai fi nevoie de 2 elevi. Câte bănci și câți elevi sunt?

$$e = b + 13 \Rightarrow$$

$$e = 2 \cdot b - 2 \Rightarrow \text{astfel } b + 13 = 2 \cdot b - 2 \Rightarrow b = 15 \text{ și } e = 28$$

E. Dacă într-o sală de clasă stau câte 2 elevi într-o banca, 5 elevi stau în picioare, iar dacă stau câte 3 elevi într-o banca, rămân 3 bănci goale. Câți elevi și câte bănci sunt în clasă?

$$e = 2 \cdot b + 5 \Rightarrow$$

$$e = 3 \cdot b - 3 \cdot 3 \Rightarrow \text{astfel } 2 \cdot b + 5 = 3 \cdot b - 9 \Rightarrow b = 14 \text{ și } e = 33$$

II. Radicali dubli

Metoda 1 –cu formula

$$a, b \geq 0, a^2 - b \geq 0, \text{ atunci } \sqrt{a \mp \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} \mp \sqrt{\frac{a-c}{2}} \text{ unde } c^2 = a^2 - b$$

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} =$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 4 \Rightarrow a^2 = 16 \\ b = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow c^2 = a^2 - b = 16 - 12 = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4+2}{2}} - \sqrt{\frac{4-2}{2}} = \sqrt{3} - 1$$

Metoda 2

- folosind formule de calcul prescurtat $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} =$$

$$a^2 + b^2 = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} 2ab = 2\sqrt{3} \Rightarrow ab = \sqrt{3} \Rightarrow a=1 \Rightarrow a^2 = 1 \\ b = \sqrt{3} \Rightarrow b^2 = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + b^2 = 4$$

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |1 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 1$$

III. Funcții

1. Se considera funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 6$.

Calculați $P = f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(99) \cdot f(100)$

Rezolvare

Observăm că $f(6) = 0 \Rightarrow P = f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot \underbrace{f(6)}_{=0} \cdot \dots \cdot f(99) \cdot f(100) \Rightarrow P = 0$

2. Se considera funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$.

Demonstrați ca numărul $S = f(1) + f(2) + \dots + f(100)$ este pătrat perfect.

Rezolvare

$$f(1) = 2 \cdot 1 - 1$$

$$f(2) = 2 \cdot 2 - 1$$

•

•

$$f(100) = 2 \cdot 100 - 1$$

$$\begin{aligned} S = f(1) + f(2) + \dots + f(100) &= 2(1 + 2 + 3 + \dots + 100) - 1 \cdot 100 \\ &= 2 \cdot \frac{100 \cdot 101}{2} - 100 \\ &= 100(101 - 1) \\ &= 100^2 \quad \text{pătrat perfect} \end{aligned}$$