

## Probleme date la examenul de bacalaureat rezolvate prin mai multe metode

1. Fie  $A(2, 3)$ ,  $B(-3, 1)$ ,  $C(2, -1)$ . Să se afle coordonatele punctului  $D$ , știind că punctele  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  sunt vârfurile unui paralelogram.
2. În reperul cartezian  $XOY$  se consideră punctele  $A(2, 0)$ ,  $B(1, 6)$ ,  $C(4, 2)$ . Determinați coordonatele punctului  $D$ , știind că  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .
3. În reperul cartezian  $XOY$  se consideră punctele  $M(3, 0)$ ,  $N(8, 3)$  și  $P(6, 3)$ . Determinați coordonatele punctului  $Q$ , știind că  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MQ}$ .
4. În reperul cartezian  $XOY$  se consideră punctele  $A(2, 1)$ ,  $B(3, 2)$ ,  $C(4, 5)$ . Determinați coordonatele punctului  $D$ , știind că  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$ .
5. În reperul cartezian  $XOY$  se consideră punctele  $A(3, 4)$ ,  $B(-4, 3)$  și  $C$ , astfel încât  $AOBC$  este paralelogram. Arătați că triunghiul  $ACB$  este dreptunghic isoscel.

### Rezolvare problema 3:

#### Metoda 1: metoda vectorială.

$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MQ}$  și conform regulii paralelogramului  $\Rightarrow MNQP$  paralelogram  
 $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$ .

$$(8 - 3)\vec{i} + (3 - 0)\vec{j} = (x_Q - 6)\vec{i} + (y_Q - 3)\vec{j};$$

$$5\vec{i} + 3\vec{j} = (x_Q - 6)\vec{i} + (y_Q - 3)\vec{j} =$$

$$\Rightarrow x_Q - 6 = 5 \Rightarrow x_Q = 11.$$

$$y_Q - 3 = 3 \Rightarrow y_Q = 6$$

$$\Rightarrow Q(11, 6).$$

#### Metoda 2: cu ajutorul afixelor punctelor $M$ , $N$ , $Q$

Într-un paralelogram diagonalele au același mijloc.

$$\Rightarrow MQ \cap PN = \{O\}.$$

$$\Rightarrow z_O = \frac{z_M + z_Q}{2} = \frac{z_P + z_N}{2}.$$

$$z_Q = x_Q + y_Q \cdot i$$

$$\Rightarrow 3 + x_Q + (0 + y_Q) \cdot i = (6 + 8) + (3 + 3) i;$$

$$3 + x_Q = 14 \Rightarrow x_Q = 11$$

$$y_Q = 6 \Rightarrow Q(11, 6).$$

### Metoda 3 – geometrie analitică

$$m_{MN} = m_{PQ}$$

$$m_{MP} = m_{NQ}$$

$$\Rightarrow \frac{3-0}{8-3} = \frac{y_Q-3}{x_Q-6} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{y_Q-3}{x_Q-6}$$

$$3x_Q - 18 = 5y_Q - 15;$$

$$3x_Q - 5y_Q = 3$$

$$\frac{3-0}{6-3} = \frac{y_Q-3}{x_Q-8}$$

$$\frac{3}{3} = \frac{y_Q-3}{x_Q-8} \Rightarrow y_Q - 3 = x_Q - 8.$$

$$\begin{cases} x_Q - y_Q = 5 & | \cdot (-3) \\ 3x_Q - 5y_Q = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -3x_Q + 3y_Q &= -15 \\ 3x_Q - 5y_Q &= 3 \end{aligned} \Rightarrow -2y_Q = -12 \Rightarrow y_Q = 6.$$

$$x_Q - 6 = 5 \Rightarrow x_Q = 11.$$

Bibliografie:

<https://www.pro-matematica.ro/bacalaureat/>

Prof. Mitrenca Tanța

Colegiul Național Militar Alexandru Ioan Cuza