



Proiect didactic

Clasa: a IX-a

Unitatea de învățământ: Colegiul Național Militar “Alexandru Ioan Cuza”

Disciplina: Matematică- Algebră

Profesor: Sarău Maria

Unitatea de învățare: Funcții, lecturi grafice

Titlul lecției: Egalitatea a două funcții, imaginea și preimaginea unei mulțimi printr-o funcție

Tipul lecției: Lecție de comunicare de noi cunoștințe

Locul desfășurării lecției: sala de clasă

Timp alocat: 45 de minute

COMPETENȚE SPECIFICE VIZATE:

C1. Identificarea valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia;

C2. Caracterizarea egalității a două funcții prin utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor.



OBIECTIVE OPERAȚIONALE:

La sfârșitul orei, elevii vor fi capabili:

- O₁.** Să stabilească dacă două funcții sunt egale;
- O₂.** Să deducă din graficul unei funcții imaginea și preimaginea ei;
- O₃.** Să determine imaginea unui element când funcția este definită în diferite moduri;
- O₄.** Să determine preimaginea unui element când funcția este definită în diferite moduri;

STRATEGIA DIDACTICĂ:

- **METODE DE ÎNVĂȚARE:** observarea, explicația, conversația, exercițiul, învățarea prin descoperire, jocul didactic;
- **MIJLOACE DE ÎNVĂȚĂMÂNT:** fișă de lucru, fișă de completat, laptop, video-proiectorul, aplicația Kahoot, tablete;
- **FORME ORGANIZARE:** frontal, individual;
- **METODE ȘI INSTRUMENTE DE EVALUARE:** observarea sistematică a elevilor, aprecierile verbale, chestionarea orală.

BIBLIOGRAFIE:

- Programă școlară pentru disciplina Matematică- Anexa nr.2 la O.M. nr. 5099/09.09.2009;



- C. Năstăsescu, C. Niță, I. Chițescu, D. Mihalca Matematică: trunchi comun și curriculum diferențiat: manual pentru clasa a IX-a, București, Editura Didactică și Pedagogică, 2017;
- M. Ganga, Matematică: trunchi comun și curriculum diferențiat: manual pentru clasa a IX-a, Ploiești, Editura Mathpress, 2008;
- M. Burtea, G. Burtea, Matematică: clasa a IX-a: algebra, geometrie, trigonometrie, Pitești, Editura Carminis Educațional;
- G. Constantinescu, C. Zîrnă, G. Abdul- Gelil, D. Andrei, M. Bacula, A. Brînză, N. Cavachi, N. Chichirim, M. Dănilă, M. Enache, L. Faliboga, F. Gache, M. Ghiță, I. Ionașcu, B. Mihai, B. Meva, I. Negreț, V. Oprea, C. Pătrână, D. Petac, M. Pitu, M. Ungureanu, C. Văcărescu, L. Zârnă, Pas cu pas prin matematică: clasa a IX-a, Constanța, Editura Crizon, 2019;
- <http://www.didactic.ro>

Anexe:

Anexa 1,2- Fișa de lucru/Tema



SCENARIUL DIDACTIC

ETAPELE LECȚIEI	Timp	Ob. op	Desfășurarea lecției	Strategia didactică			Evaluare
				Metode Didactice	Mijloace de învățământ	Forme de organizare	
1. Moment organizatoric	1 min		Se asigură un climat propice bunei desfășurări a lecției (se notează absențele, se pregătesc cele necesare lecției).	Conversația		Frontal	
2.Reactualizarea cunoștințelor anterior însușite	12 min		Vor fi reactualizate cunoștințele anterioare referitoare la “Reper cartezian, funcții, definiții, printr-un chestionar tip concurs realizat în aplicația google forms. Aplicația va rula un chestionar cu 5 întrebări cu răspuns la alegere și poate fi accesat prin activarea link-ului: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdr98zIjO6n98IQCgUmsUYx2-L2X1WxMb9KWpZVn_EXekjpBg/viewform?usp=sf_link	Conversația Explicația Jocul didactic	Tablete Aplicația Google Forms, chestionar	Frontal Individual	Observarea sistematică a elevilor, aprecierile verbale



3.Comunicarea noilor cunoștințe	2 min	O ₁	Titlul lecției de astăzi este: „<u>Egalitatea a două funcții. Imaginea și preimaginea unei submulțimi printr-o funcție</u>”. Elevii sunt informația de obiectivele principale ale lecției și anume: Egalitatea funcțiilor: Două funcții $f: A \rightarrow B$ și $g: E \rightarrow F$ se numesc funcții egale dacă sunt verificate simultan condițiile: a) $A = E$ (au același domeniu de definiție) b) $B = F$ (au același codomeniu) c) $f(x) = g(x), \forall x \in A$ Dacă funcțiile sunt egale se notează $f = g$. În caz contrar $f \neq g$. Fie funcțiile $f: \{-2, -1, 1, 2\} \rightarrow R, f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ și $g: \{-2, -1, 1, 2\} \rightarrow R, g(x) = x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4x + 12$ Să se arate că $f = g$. Rezolvare:	Conversația		Frontal	Observarea sistematică a elevilor
	25 min			Conversația Învățarea prin descoperire Observația Explicația	Laptop, video-proiectorul, fișă de lucru	Frontal Individual	Observarea sistematică a elevilor,



			1) funcțiile au același domeniu; 2) funcțiile au același codomeniu; 3) $f(-2) = 16 - 20 + 4 = 0$ $g(-2) = -32 + 48 + 40 - 60 - 8 + 12 = 0$ $f(-1) = 1 - 5 + 4 = 0$ $g(-1) = -1 + 3 + 5 - 15 - 4 + 12 = 0$ $f(1) = 1 - 5 + 4 = 0$ $g(1) = 1 + 3 - 5 - 15 + 4 + 12 = 0$ $f(2) = 16 - 20 + 4 = 0$ $g(2) = 32 + 48 - 40 - 60 + 8 + 12 = 0$ Deci, $f = g$.				
		O ₃					
		O ₂	Imaginea și preimagea unei mulțimi printr-o funcție <i>Def: Fie $f: A \rightarrow B$, iar $A' \subset A$. Se numește imaginea lui A' prin f, notată cu $f(A')$, submulțimea lui B formată din elementele care sunt imagini prin f a cel puțin un element din A'.</i> $f(A') = \{y \in B / \exists x \in A' \text{ a.î. } f(x) = y\}$				

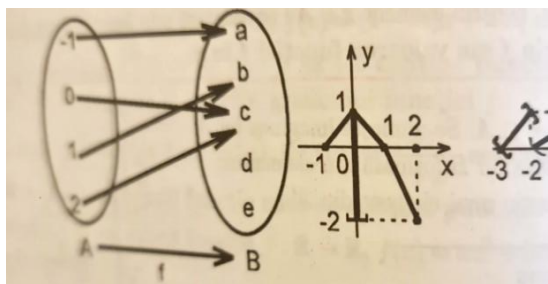


			Def: Fie $f: A \rightarrow B$. Se numește <i>imagine a funcției f</i>, notată Imf sau $f(A)$, submulțimea lui B formată din imaginile elementelor lui A. $Imf = \{y \in B / \exists x \in A \text{ a.î. } f(x) = y\}$ Profesorul împarte fișe de lucru. După fiecare caz în parte, elevii vor avea de rezolvat câte un exemplu. Exemplu: 1. Fie $f: \{-1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{a, b, c, d, e\}$ definită cu ajutorul diagramelor. Atunci $Imf =$ Rezolvare: $Imf = \{a, b, c\}$ 2. Fie funcția $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ având graficul din figura 2. Atunci $Imf = ?$ Rezolvare: $Imf = [-2, 1]$ 3. Fie funcția $f: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ având graficul din figura 3. Atunci $Imf = ?$ Rezolvare: $Imf = [-3, -1) \cup [0, 1]$				
--	--	--	--	--	--	--	--



Obs: Geometric pentru a obține $f(A)$ se proiectează tot graficul pe axa Oy .

Exercitiu:



4. Să se determine imaginea funcției $f: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = 3x + 2$.

$$-3 \leq x \leq 3 \Rightarrow -9 \leq 3x \leq 9 \Rightarrow -7 \leq 3x + 2 \leq 11$$

$$Imf = [-7, 11]$$

Def: Fie $f: A \rightarrow B$, iar $B' \subset B$. Se numește preimaginea lui B' prin f , notată cu $f^{-1}(B')$, submulțimea lui A formată din acele elemente ale căror imagini prin f aparțin lui B' .

$$f^{-1}(B') = \{x \in A / f(x) \in B'\}$$



Exemple:

1. Se considera funcția definită prin diagrama de săgeți unde $T = \{1, 2\}$, $f^{-1}(T) = ?$

Rezolvare:

$$f^{-1}(T) = \{-1, 0, 1\}$$

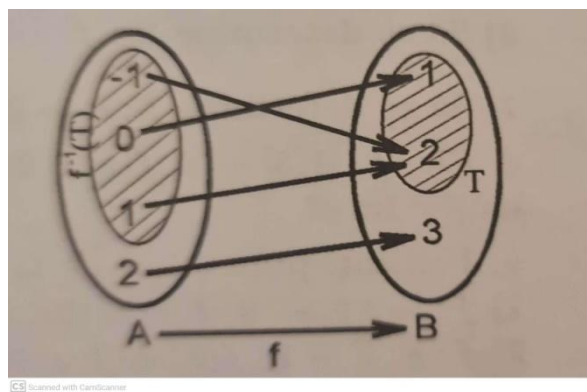


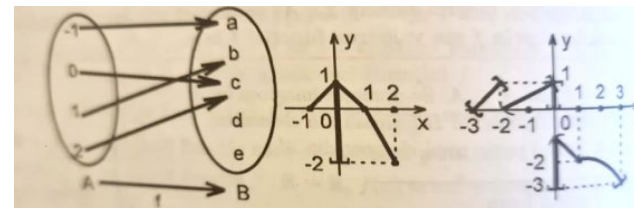
fig. 1.

Aplicații.

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x$. Aflați preimaginea lui 3.



			Rezolvare: $f(x) = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f^{-1}(3) = 1$ 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - x$. Determinați $f^{-1}(2)$. Rezolvare: $f(x) = 2 \Rightarrow x^2 - x = 2 \Rightarrow x \in \{-1, 2\} \Rightarrow f^{-1}(2) \in \{-1, 2\}$ Obs: Pentru a afla preimaginea se rezolvă ecuația $f(x) = y$. Elevii vor ieși la tablă în ordinea în care au terminat exercițiile.				
3. Fixarea noilor cunoștințe și realizarea feedback-ului	4 min	O₁ O₂ O₃ O₄	Pentru realizarea feedback-ului, se face o scurtă recapitulare a noțiunilor învățate împreună cu elevii.	Conversația Explicatia	Frontal Individual		Observația Evaluarea răspunsurilor din timpul recapitulării
4. Tema pentru	1 min		Se împart elevilor fișe pentru temă.	Conversația			



acasă				Explicația			
-------	--	--	--	------------	--	--	--

Fișă de lucru:

1 . Fie funcțiile

$$f: \{-2, -1, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^4 - 5x^2 + 4 \text{ și } g: \{-2, -1, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$g(x) = x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4x + 12.$$

Să se arate că $f = g$.

2. Fie $f: \{-1, 0, 1, 2\} \rightarrow \{a, b, c, d, e\}$ definită cu ajutorul diagramelor. Atunci $\text{Im } f = \dots$

3. Fie funcția $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ având graficul din figura 2. Atunci $\text{Im } f = \dots$

4. Fie funcția $f: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ având graficul din figura 3. Atunci $\text{Im } f = \dots$

5. Să se determine imaginea funcției $f: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 2$.

6. Se consideră funcția definită prin diagrama de săgeți, unde $T = \{1, 2\}$, $f^{-1}(T) = \dots$

7. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x$. Aflați preimaginea lui 3.

8. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - x$. Determinați $f^{-1}(2)$.

fig. 2

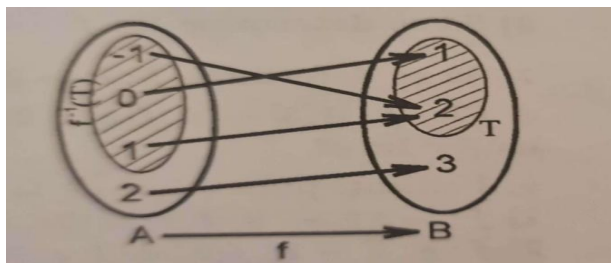


fig.3



Fișă de lucru (tema)

1. Se dă funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x)=x+4$.

a) Să se determine imaginea mulțimilor

$$A_1 = [1,4], A_2 = [-2,0], A_3 = (-\infty, 1], A_4 = [-1, +\infty), A_5 = [-3,3].$$

b) Să se determine preimaginea prin funcția f a mulțimilor $B_1 = \{5\}$, $B_2 = [-1,1]$, $B_3 = \{-4\}$, $B_4 = (-\infty, 3)$, $B_5 = (-3, +\infty)$

2. Se dă funcția $g: R \rightarrow R$, $g(x)=-2x$.

a) Să se determine imaginea mulțimilor

$$A_1 = [-2,5], A_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), A_3 = \left(-\infty, \frac{5}{2}\right], A_4 = \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right), A_5 = \{-6,10\}.$$

b) Să se determine preimaginea prin funcția f a mulțimilor $B_1 = \left[\frac{-2}{3}, 6\right)$, $B_2 = [-6,2]$, $B_3 = \left(\frac{-1}{4}, \frac{1}{2}\right)$, $B_4 = (-\infty, 4)$, $B_5 = (-2, +\infty)$.

3. Se dă funcția $f: [-2,4] \rightarrow R$, $f(x)=[x]$. Să se scrie mulțimea $f([-2,4])$.

4. Se dă funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x)=ax+b$, $a \neq 0$, $a, b \in R$. Să se determine legea de corespondență știind că : a) $f([-1,1]) = [5,9]$ sau b) $f\left(-\frac{1}{2}, \frac{-1}{4}\right) = [1,3]$.

5. Se dă funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x)=ax+b$, $a \neq 0$, $a, b \in R$. Să se determine legea de corespondență știind că : a) $f^{-1}([3,6]) = [-1,2]$ sau b) $f^{-1}([-2,4]) = \left[\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.